

# UN ALGORITMO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE RUTAS DE TRANSPORTE

A. Garrido    E. Onaindía  
Dpto. Sistemas Informáticos y Computación  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera s/n 46071  
Valencia, Spain.  
{agarridot, onaindia}@dsic.upv.es

**Palabras clave:** optimización, algoritmo, logística, transporte.

**Keywords:** optimisation, algorithm, logistics, transport.

**RESUMEN.** *Este artículo presenta un algoritmo para la resolución de un problema de asignación de rutas y destinos en una flota de vehículos. El objetivo es minimizar los costes asociados al transporte satisfaciendo una serie de restricciones. Para la resolución de dicho problema se han empleado técnicas de búsqueda inteligente por profundización iterativa que permiten ir refinando progresivamente la calidad de una solución inicial dada. Así, cuanto mayor sea el tiempo de optimización, mejor será el resultado obtenido. Por lo tanto, si el algoritmo se ejecuta durante el tiempo necesario devolverá la solución óptima. Gracias al refinamiento progresivo de la solución, si en un instante determinado se dispone de una solución que satisface las necesidades previstas, aun a pesar de no ser la óptima, se puede interrumpir el proceso de búsqueda. Adicionalmente, los resultados de las pruebas realizadas proporcionan una idea acerca del ahorro económico alcanzado.*

**ABSTRACT.** *This paper presents an algorithm to solve a route allocation problem in a fleet of vehicles. The objective is to minimise the transport costs while guaranteeing the problem constraints satisfaction. The problem has been tackled by using iterative-deepening search techniques, which allow to progressively refine the quality of a given initial solution. In this way, the longer optimization process is executed, the better the obtained result will be. Eventually, the algorithm will return the optimal solution. This approach allows the user to interrupt the process when a solution satisfies the company requirements even though it is non-optimal solution. Moreover, the results obtained in the experiments show the important economic savings achieved.*

## 1.- INTRODUCCIÓN.

Tradicionalmente, el estudio de problemas sobre distribución física ha sido tratado mediante técnicas de *Programación Dinámica* (Bellman 62, Cormen 90) y de *Investigación Operativa* (Winston 94). Los problemas clásicos (Ford 74), como el problema del viajante de comercio, obtención de la ruta más corta, etc., utilizan, en su mayoría, la teoría de grafos y la programación lineal. Sin embargo, a medida que la complejidad y número de restricciones implicadas en el problema aumenta, se hace más difícil su resolución mediante este tipo de técnicas. Por tanto, resulta necesario utilizar técnicas alternativas (Gottinger 90) para los problemas en los que, como éste, la complejidad y la cantidad de combinaciones posibles hacen complicado su tratamiento mediante técnicas de *Investigación Operativa*. Por otra parte, un estudio detallado del problema reveló la imposibilidad de aplicar técnicas de programación dinámica. Aunque el coste global de realizar el transporte puede ser mínimo, no ocurre lo

mismo con los costes parciales; esto es, la formulación del problema no cumple el *principio de optimalidad*. Por todo esto, y dada la complejidad del problema, se optó por la aplicación de técnicas de búsqueda por profundización iterativa para lograr, no sólo una exploración inteligente del árbol de búsqueda sino, además, la obtención de soluciones subóptimas incrementales al problema. El método empleado es una variación de la técnica de *ramificación y poda* (Brassard 90), donde se consideran todas las alternativas posibles pero sólo se expanden aquéllas que puedan conducir a la solución óptima.

Debido a la complejidad y al elevado número de posibilidades en la obtención de las rutas, el tiempo necesario para encontrar la solución óptima del problema puede resultar excesivo para las necesidades de la empresa. En consecuencia surge la necesidad de establecer una solución de compromiso entre la calidad de la solución alcanzada y el tiempo necesario para su obtención. El algoritmo propuesto en este trabajo presenta las siguientes características principales:

- El algoritmo encuentra la solución óptima al problema en caso de que ésta exista. Además, devuelve un conjunto de soluciones alternativas subóptimas.
- El proceso de búsqueda funciona de forma progresiva (Onaindía 98), devolviendo en cada instante la mejor solución hasta el momento, que se refina sucesivamente.
- El usuario de la herramienta puede detener el proceso de optimización cuando se obtenga una solución que satisfaga las necesidades en cuanto a calidad de la misma.
- La aplicación del algoritmo desarrollado a instancias reales del problema pone de manifiesto el ahorro económico que se puede alcanzar.

En la sección 2 presentamos el planteamiento del problema a resolver, mientras que en el apartado 3 se explica la formulación del problema incluyendo la función objetivo y restricciones. El diseño del algoritmo y su implementación se exponen en la sección 4 y 5 respectivamente. En la sección 6 se analizan los resultados experimentales y en la sección 7 finalizamos con las conclusiones.

## **2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

Algunas empresas de transporte por carretera no pueden establecer una red de transporte fija y permanente entre todos los destinos de la empresa (Ballou 92). Por tanto, se ven en la obligación de disponer de *centros de intermediación*, donde se carga y/o descarga la mercancía procedente de otros centros. Las expediciones o pedidos son transportados por tramos (trayectos sin delegaciones intermedias) en uno o más vehículos, de forma que un mismo vehículo pueda llevar distintas expediciones. Este método de funcionamiento implica la toma de decisiones respecto a la configuración óptima de la red de transporte.

En este problema se dispone de un número determinado de plazas o delegaciones de la agencia de transporte, que pueden actuar como origen, destino o centros de intermediación, conectadas por una red viaria de carreteras. Cada una de estas plazas puede presentar distinto turno o horario de trabajo, lo que limita el horario de atención a los distintos vehículos de transporte. Asimismo, se dispone de un número de expediciones (conjunto de remesas con un mismo origen y un mismo destino) a transportar. Cada expedición cuenta con su peso y volumen correspondiente, así como con un plazo de entrega que deberá cumplirse.

El problema consiste en transportar, con el mínimo coste, las expediciones a sus respectivos destinos empleando todos los vehículos necesarios. Estos vehículos pueden pertenecer a distintas tipologías, cada uno de ellos con distintas características en cuanto a peso y capacidades máximas y con costes variables –en función del número de Km recorridos– y de contratación diferentes. El objetivo es el de la determinación y planificación de las rutas de menor coste, seleccionando el modo de transporte más adecuado en función de las características de las expediciones. Las expediciones se caracterizan por los siguientes parámetros:

- **Plaza origen y destino**, que indican, respectivamente, la plaza de partida y de destino de la expedición. A estos términos los denominaremos, respectivamente,  $p\_origen$  y  $p\_destino$ .
- **Tipo de carga**. Cada expedición consiste en una carga de un tipo determinado. Dicho tipo de carga viene dado por las características de la propia carga, como pueden ser su **peso**, **volumen**, fragilidad, etc. En función del tipo de carga de que se trate, el tiempo y los costes de operación de carga y descarga serán diferentes.
- **Plazo de entrega**, que constituye el tiempo máximo que debe transcurrir durante el transporte de la expedición.
- **Período de repetición**. Las expediciones pueden presentar distintas periodicidades, como por ejemplo semanales, quincenales, etc. a partir del cual se repiten. Puesto que no se pueden mezclar expediciones con distintos períodos de repetición, se deberá resolver el problema para los distintos períodos, trabajando sólo con expediciones del mismo período.
- **Trayecto** que seguirá la expedición. Se define como la secuencia ordenada de delegaciones que lo constituyen. Análogamente se puede determinar un trayecto por los tramos que lo forman. Por ejemplo, denominando *tramo* a la vía que une dos delegaciones adyacentes, se puede definir un trayecto como  $trayecto = \{tramo_1, tramo_2, \dots, tramo_n\}$ . Todo trayecto contendrá, al menos, un tramo. El primer tramo tendrá como origen la delegación origen de la expedición ( $p\_origen$ ) y el último tendrá como destino el destino de la misma ( $p\_destino$ ). Puesto que el número total de trayectos para ir desde una delegación origen a una destino es elevado, es necesario limitar su número drásticamente. Para ello se ha optado por generar todos los trayectos entre cada par de delegaciones, manteniendo únicamente aquéllos cuya longitud no supere, en un determinado porcentaje, al trayecto de longitud mínima.

La solución óptima alcanzada será aquélla en la que se transporten todas las expediciones consideradas como entrada del problema, cumpliendo sus respectivos plazos de entrega. Además, y por el hecho de ser la solución óptima no deberá existir otra solución que transporte todas las expediciones y cumpla sus plazos de entrega, cuyo coste total sea menor. Al mismo tiempo, resulta interesante que el algoritmo a desarrollar devuelva soluciones alternativas subóptimas. Dichas soluciones ayudarían a que la solución obtenida contase con un mayor grado de fiabilidad, siendo más robusta y tolerante frente a las inclemencias de algunos recursos externos a la propia empresa.

### 3.- FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

El objetivo del problema es obtener la mejor planificación de rutas y vehículos para transportar las expediciones cumpliendo con todas las restricciones existentes. Dado un conjunto de expediciones  $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$  cada una con un plazo de entrega  $plazo\_entrega_i$ , con un peso  $peso_i$  y un volumen  $volumen_i$  se deberá obtener la combinación de rutas y vehículos para transportarlas, desde su  $p\_origen_i$  hasta su  $p\_destino_i$ , de forma que el coste global sea mínimo.

#### 3.1. Definición de la función objetivo.

La función objetivo que se deberá minimizar consiste en el coste de realizar todas las rutas. El coste de realizar dicho transporte es la suma de las cantidades comentadas a continuación:

- **Coste de contratación y uso de los vehículos**, que corresponde al coste de contratación del vehículo y al coste variable, que depende del número de Km recorridos. Estos costes podrán variar en función del tipo de vehículo.
- **Coste originado por las operaciones de intermediación**. Las operaciones de intermediación que se realizan en las delegaciones también inciden en el coste global. Estos costes son los de carga, descarga, almacenaje e incidencias y dependerán del tipo de carga y de la delegación en la que se produzcan.

- **Coste de paralización de vehículos.** Este coste es el producido cuando un vehículo llega a una delegación cuando se encuentra cerrada, debiendo esperar, por tanto, a que comience su turno de trabajo.

$$\text{Función Objetivo} = \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{expediciones}} \text{coste de transporte } (p_{\text{origen}_i}, p_{\text{destino}_i})$$

### 3.2. Restricciones.

Puesto que nos encontramos ante un problema de satisfacción de restricciones o *CSP* (Kumar 92, Freuder 92), se deberán cumplir las siguientes restricciones:

- **Restricciones de demanda de las expediciones.** Todas las expediciones que constituyen los datos iniciales deberán transportarse hasta sus correspondientes destinos. Esta restricción indica el objetivo a lograr, que consiste en procesar todas las expediciones.
- **Plazos de entrega de las expediciones.** Las expediciones disponen de un plazo de entrega que se debe garantizar. Este plazo de entrega se define como el tiempo máximo para transportar la expedición desde que ésta llega a su plaza origen hasta que está disponible (ya descargada de los vehículos) en su correspondiente plaza destino. Es decir,

$$\text{tiempo\_real\_en\_transportar\_}e_i \leq \text{plazo\_entrega}_i$$

- **Restricciones de capacidad de los vehículos.** Los vehículos que se pueden utilizar para transportar las expediciones pueden ser de distintos tipos y, por tanto, presentar distintos pesos y volúmenes máximos. Estas capacidades máximas de los vehículos no pueden violarse en ningún tramo. Para cualquier vehículo  $j$  que transporte  $n$  expediciones en un mismo tramo, se deberá cumplir las dos expresiones que aparecen a continuación

$$\sum_{i=1}^n \text{peso}_i \leq \text{peso\_máximo\_vehículo}_j$$

$$\sum_{i=1}^n \text{volumen}_i \leq \text{volumen\_máximo\_vehículo}_j$$

- **Turnos de trabajo de las delegaciones.** Las operaciones de carga y descarga efectuadas en las delegaciones deben efectuarse obligatoriamente dentro de los horarios de trabajo de dichas delegaciones.

En este problema no existe una restricción de disponibilidad de vehículos, ya que no hay un límite en cuanto al número de vehículos a emplear.

### 4.- DISEÑO DEL ALGORITMO.

El algoritmo diseñado para la resolución del problema se ha dividido en dos etapas con un objetivo común. Estas dos etapas podrían considerarse como dos niveles sucesivos de optimización, desde la solución más sencilla y evidente –y la que conlleva un coste más elevado– hasta la solución más elaborada y compleja –con su coste mínimo. Las dos etapas sucesivas de optimización de la solución son las siguientes:

1. **Cálculo de la cota pesimista inicial.** Esta primera etapa nos permite alcanzar una primera solución al problema –utilizada como cota pesimista–, si bien su coste se alejará sustancialmente de la solución óptima. Asimismo, este primer cálculo advertirá si existe alguna expedición que no cumpla su plazo de entrega. Si esto ocurre, no será necesario continuar pues resultará imposible encontrar alguna solución que satisfaga las restricciones.
2. **Optimización, mediante un algoritmo admisible.** Mediante el algoritmo admisible desarrollado se alcanzará, finalmente, la solución óptima al problema.

En primer lugar, tal y como se ha señalado, se calcula la cota pesimista obteniendo una primera aproximación a la solución del problema, para posteriormente pasar a la resolución del

mismo llevando a cabo una búsqueda inteligente en un árbol de estados mediante el algoritmo propuesto.

Para evaluar la calidad de cada nodo en el árbol de estados se emplea una función de evaluación denominada  $f(n)$  que representa el coste de transporte. En este problema no se puede aplicar un algoritmo  $A^*$  (Russell 96) al no poderse encontrar una función heurística admisible que sea eficiente y que garantice que el valor devuelto no supere al valor real (Pearl 85).

El proceso de optimización se lleva a cabo mediante la búsqueda en un espacio de estados implementado mediante un árbol. El árbol contará con tantos niveles de profundidad como expediciones haya que optimizar. Cada avance de nivel en el árbol se traducirá en el procesamiento de una nueva expedición. Esta característica provoca que, en un mismo nivel, los distintos nodos constituyan las distintas alternativas existentes para transportar la expedición correspondiente. Estas distintas alternativas simbolizan los distintos trayectos posibles y todas las posibles combinaciones de transportar, en un mismo vehículo, la expedición actual con alguna de las anteriores ya procesadas. Cada nodo del árbol representará entonces el conjunto de expediciones que se han procesado hasta el momento. La información almacenada en cada nodo deberá cumplir lo siguiente:

$$\forall \text{ expedición } e_i \in \{\text{EXPEDICIONES PROCESADAS EN EL NODO}\} :$$

$$\text{trayecto}_i = \{\text{tramo}_{1i}, \text{tramo}_{2i}, \dots, \text{tramo}_{ni}\}$$

Además, como cada tramo une dos delegaciones adyacentes, debe cumplirse que:

$$(\text{plaza\_origen}(\text{tramo}_{1i}) = p\_origen_i) \wedge (\text{plaza\_destino}(\text{tramo}_{ni}) = p\_destino_i)$$

Las dos opciones de optimización son:

- **Solapamiento de carga** en un mismo tramo y vehículo. En dos expediciones  $e_i$  y  $e_j$  ( $i \neq j$ ), puede ocurrir que alguno de sus tramos sea el mismo. Si el coste de transportar las dos expediciones de forma conjunta es menor, el transporte se realizará en los mismos vehículos.

$$\left. \begin{array}{l} \exists k / \text{tramo}_{ki} \in \text{trayecto}_i \\ \exists l / \text{tramo}_{lj} \in \text{trayecto}_j \\ \text{tramo}_{ki} = \text{tramo}_{lj} \\ \text{transporte en el mismo vehículo} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Solapamiento de carga}$$

- **Reutilización de vehículos.** Si el destino de una expedición coincide con el origen de alguna otra y se cumplen las restricciones, el proceso de optimización podrá emplear el mismo vehículo en el transporte de ambas expediciones. Dadas dos expediciones  $e_i$  y  $e_j$ , con  $i \neq j$ , esto puede sintetizarse como

$$\left. \begin{array}{l} p\_destino_i = p\_origen_j \\ \text{transporte en el mismo vehículo} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Reutilización de vehículos}$$

El criterio de ordenación de las expediciones en los sucesivos niveles del árbol de exploración no es aleatorio. Se han ordenado siguiendo el criterio de primero las expediciones más restrictivas. Cuanto menor sea el plazo de entrega, mayor será la proximidad a la jerarquía del árbol. Siguiendo este criterio se conseguirá que las posibles violaciones de la restricción del plazo de entrega se realicen lo antes posible. Así se reducirá al máximo la expansión de nodos que no conduzcan a una correcta solución y se mejorará el rendimiento del algoritmo. Por otra parte, en la expansión de los nodos se sigue el criterio de primero el mejor; se expande primero el nodo que presente un menor coste. Sin embargo, esta elección se realiza dando prioridad a aquellos nodos que estén más cercanos a la solución, es decir, que hayan procesado un mayor número de expediciones. Por tanto, la lista de nodos frontera estará ordenada de acuerdo a la profundidad de los niveles y dentro de cada nivel por la función de evaluación que representa al coste. Esta estrategia permite obtener una primera solución de una forma relativamente rápida, al presentar

un comportamiento similar a la estrategia de exploración en profundidad. Este modo de funcionamiento es aconsejable en entornos empresariales, donde puede resultar más valiosa una solución aceptable encontrada rápidamente que una solución óptima encontrada tras un largo proceso de cálculo. La primera solución alcanzada se emplea como cota superior para el resto de las ramas del árbol. Si alguno de los nodos de las restantes ramas presentara un coste superior al actual sería inmediatamente podado. A pesar de que no hay ninguna garantía de que la primera solución alcanzada sea la óptima, en la mayoría de los casos estudiados ha resultado serlo. Dicha solución resulta ser lo suficientemente aceptable teniendo en cuenta la proporción entre la calidad de la solución y el tiempo requerido en su cálculo.

Una alternativa de diseño distinta a la aquí presentada es la técnica de coste uniforme. Dicho método fue empleado con anterioridad al comentado pero fue desechado por su comportamiento poco práctico. Debido a la imposibilidad de emplear una función heurística admisible, la técnica de coste uniforme debe explorar prácticamente todo el árbol de estados. La complejidad espacial es, por tanto, muy similar a la de una estrategia en amplitud, siendo los requisitos de memoria del algoritmo excesivamente elevados. La cualidad principal de la búsqueda por coste uniforme que garantiza encontrar la solución óptima como primera solución al problema, en este caso resulta ser un gran inconveniente, principalmente por los dos siguientes motivos:

- Es necesario invertir mucho tiempo –complejidad temporal muy elevada- antes de que el algoritmo devuelva la primera solución, que resulta ser la óptima.
- Puesto que la primera solución alcanzada es la óptima, no se dispone de cotas superiores durante el proceso de búsqueda que puedan ser empleadas como referencias para la operación de poda.

## **5.- IMPLEMENTACIÓN DE LA APLICACIÓN.**

Para la implementación informática de este algoritmo se ha optado por el lenguaje de programación *Delphi*. Toda la información necesaria en la aplicación se encuentra almacenada en una base de datos. Esta información incluye los tramos y trayectos existentes, la tipología de los vehículos con sus características, las delegaciones de la agencia de transportes, etc. El usuario selecciona las expediciones, de entre todas las existentes, que se deben optimizar de acuerdo a una periodicidad determinada. Dichas expediciones constituyen, junto con el número de soluciones alternativas requeridas, el conjunto de datos de entrada para el proceso de optimización.

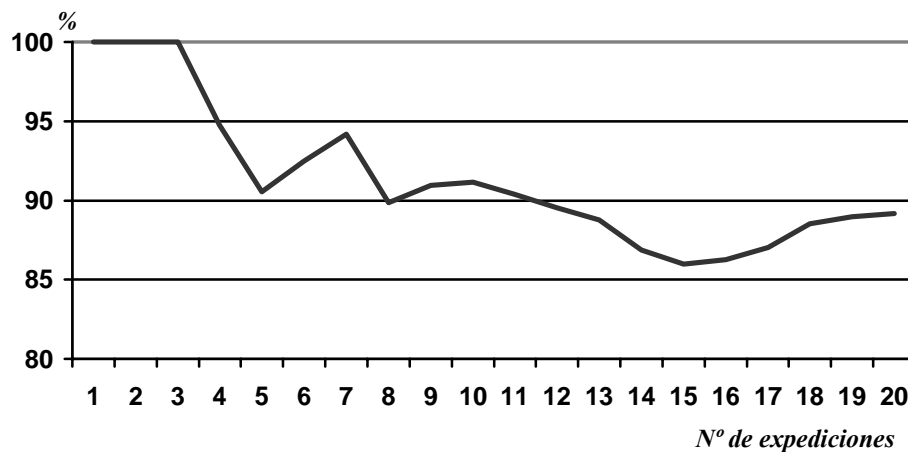


**Figura 1.** Solución en forma gráfica.

Mientras el proceso de optimización se está ejecutando, una ventana de proceso muestra al usuario el coste y la calidad de la mejor solución alcanzada hasta el momento. De esta forma, cuando la solución satisfaga las necesidades del usuario, éste podrá detener el proceso aceptando la bondad de la solución obtenida. Una vez finalizado el proceso de optimización, bien encontrando la solución óptima o porque el usuario así lo ha decidido, se pueden visualizar los resultados obtenidos. Dichos resultados se pueden mostrar en forma de informes, indicando la planificación de rutas y/o vehículos o de forma gráfica. Dichos informes pueden almacenarse de forma electrónica, facilitando el intercambio electrónico de datos. El resultado gráfico (Figura 1), muestra en un mapa la secuencia de trayectos que deberán seguir los vehículos. Además, se dispone de un código de colores configurable que permite discernir entre la densidad de expediciones que se transportan por cada tramo. De esta forma visual se aprecia rápidamente cuáles son los tramos más congestionados. Igualmente, se puede averiguar qué expediciones han recorrido cada uno de los tramos sin más que pulsar con el ratón sobre dicho tramo.

## **6.- RESULTADOS EXPERIMENTALES.**

La Figura 2 muestra el porcentaje obtenido en varias pruebas llevadas a cabo para la optimización de diversas expediciones. Debido a la imposibilidad de conocer, a priori, la mejor solución, en lugar de trabajar con valores relativos a la solución óptima (en el sentido de un determinado porcentaje de optimalidad), resulta necesario considerar la relación entre la solución obtenida y la cota pesimista inicial. El valor representado en la Figura 2 representa el cociente, en porcentaje, de la mejor solución alcanzada y la solución establecida como cota pesimista.



**Figura 2.** Porcentaje de mejora entre la solución alcanzada y la cota pesimista.

En el gráfico anterior se puede observar como hay una tendencia descendente entre el cociente de la solución alcanzada y de la cota pesimista. Esto pone de manifiesto que, a medida que aumenta el número de expediciones la optimización producida es mayor, alejándose la solución alcanzada cada vez más de la cota pesimista. Sin embargo, dicha disminución no es estrictamente monótona.

Aunque tal y como se manifestó anteriormente, no existe una función heurística admisible que sea eficiente para este problema, se realizó el estudio de una función heurística no admisible. El objetivo de dicha función heurística era el de comprobar si, gracias a su aplicación y, aun a costa de poder perder la solución óptima, se podía acelerar el proceso de optimización. La heurística aplicada consistía en estimar el coste de las expediciones restantes de acuerdo a la distancia total de los trayectos mínimos que debían recorrer descontando la máxima distancia que podía recorrerse en algún vehículo ya utilizado. Sin embargo, el tiempo empleado en obtener una primera solución era sensiblemente superior, puesto que en el primer caso había que añadir una etapa de cálculos complejos en la evaluación del coste de cada nuevo nodo. Gracias a la función heurística se consiguió la expansión de un menor número de nodos, aunque esta cualidad se perdió a medida que se trabajaba con mayores instancias del problema. Además, en una de las pruebas realizadas el algoritmo que empleaba la función heurística llegó a perder, tal y como se podía prever, la solución óptima. Por lo tanto, y debido a los inconvenientes citados de disminución de velocidad y posible pérdida de la solución óptima se optó por no aplicar dicha función heurística.

## 7.- CONCLUSIONES.

Los problemas de decisión y de satisfacción de restricciones, sobre todo aquéllos en los que existe un número de alternativas considerables que discrepan entre sí, suelen ser comúnmente problemas de difícil solución.

La principal característica del algoritmo desarrollado es el progresivo refinamiento que se va realizando sobre las soluciones. Gracias al tratamiento de la prioridad de los niveles más profundos del árbol de búsqueda se logra obtener, con relativa celeridad, una primera solución que se emplea, seguidamente, como cota superior para la realización de la poda. Adicionalmente, es necesario señalar que dicha primera solución obtenida resultó ser, en la mayoría de las pruebas la solución óptima, aunque dicha cualidad no puede garantizarse en el momento de su aparición. Con todo lo anterior se llega a la conclusión de que ésta y otras técnicas similares de Inteligencia Artificial pueden resultar de gran utilidad en su aplicación a problemas de satisfacción de restricciones, de optimización y de planificación o asignación de recursos como



los que aparecen en multitud de entornos reales empresariales (Wendy 89). Gracias a estas técnicas que permiten mejorar e incluso alcanzar configuraciones óptimas en algunos procesos industriales, la empresa logra un mayor nivel de competitividad. A esto hay que añadir la satisfacción general de la empresa por el ahorro, tanto económico como en cuanto a plazos de tiempo, que implica la transferencia de este tipo de tecnología a la industria.

## REFERENCIAS.

- Ballou, R.H. (1992): Business Logistics management 3<sup>rd</sup> edition. Prentice Hall, 1992.
- Bellman, R. & Dreyfus, S. (1962): Applied Dynamic Programming. Princeton University Press, 1962.
- Brassard, G & Bratley, P. (1990): Algorítmica: Concepción y análisis. Masson, 1990.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E. & Rivest, R. L. (1990): Introduction to Algorithms. The MIT Press, 1990.
- Ford, L. R. Jr. & Fulkerson, D. R. (1974): Flows in networks. Princeton University Press, 1974.
- Freuder, E. C. & Wallace, R. J. (1992): Partial constraint satisfaction. *Artificial Intelligence* (58), pp. 21-70, Elsevier, 1992.
- Gottinger, H.W. & Weimann, H.P. (1990): Artificial Intelligence. A Tool for Industry and Management. Ellis Horwood, 1990.
- Kumar, V. (1992): Algorithms for Constraint Satisfaction Problems: A Survey. *AI Magazine* (13) 1, pp.32-44, 1992.
- Onaindía, E., Barber, F., Botti, V., Carrascosa, C., Hernández, M.A. & Rebollo, M. (1998): A Progressive Heuristic Search Algorithm for the Cutting Stock Problem. *Lecture Notes in Artificial Intelligence* (1416), pp. 25-35. Springer-Verlag, 1998.
- Pearl, J. (1985): Heuristics. Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving. Addison-Wesley, 1985.
- Russell, S. & Norvig, P. (1996): Inteligencia Artificial. Un enfoque moderno. Prentice Hall, 1996.
- Wendy, B. (1989): Aplicaciones de la inteligencia artificial en la actividad empresarial, la ciencia y la industria. Díaz de Santos, 1989.
- Winston, W.L. (1994): Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos. Grupo Editorial Iberoamérica, 1994.